



الدرس 1

مجموعة الأعداد النسبية

تمهيد

- درست في المرحلة الابتدائية بعض مجموعات الأعداد مثل :
 $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ * مجموعة أعداد العد
 $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ * مجموعة الأعداد الطبيعية ط
 $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ * مجموعة الأعداد الصحيحة ص
 وفي هذه الوحدة ستتعرف على مجموعة أخرى من الأعداد تُسمى « مجموعة الأعداد النسبية » ويُرمز لها بالرمز « ن »

الأعداد النسبية

الأعداد : $\frac{1}{4}$ ، $-\frac{5}{8}$ ، ٣ ، صفر ، $\frac{1}{3}$ ، ٠,٧ ، ٢,٥ ، ١٥ ٪ جميعها أعداد نسبية.

تعريف العدد النسبي

العدد النسبي هو العدد الذي يمكن التعبير عنه في صورة قسمة عدد صحيح على عدد صحيح آخر لا يساوى الصفر.

أى أن : الأعداد النسبية هي جميع الأعداد التي يمكن وضعها على الصورة $\frac{a}{b}$

حيث a عدد صحيح ، b عدد صحيح لا يساوى الصفر

، ويُسمى a ، b حدى العدد النسبي $\frac{a}{b}$

$$\left\{ \cdot, \neq, \exists, \forall, \frac{1}{2}, =, : \right\} = \text{مجموعة الأعداد النسبية } \mathbb{Q}$$

أمثلة

حيث : ۲ ، عددان صحيحان ، $b \neq 0$.

لأن أي نسبة مئوية يمكن التعبير عنها في صورة $\frac{p}{q}$

حيث : p ، عددان صحيحان ، $q \neq 0$.

وحيث إن : ط ص فإن : ط ص

والشكل المقابل

يوضح ذلك.





ملاحظة !

كل عدد صحيح هو عدد نسبي ولكن ليس كل عدد نسبي هو عدد صحيح.
 فمثلاً: $\frac{12}{6}$ يعبر عن عدد صحيح لأن: ١٢ تقبل القسمة على ٦ ويكون الناتج ٢
 $\frac{25}{4}$ لا يعبر عن عدد صحيح لأن: ٢٥ لا تقبل القسمة على ٤

مثال ١

وضح لماذا يكون كل من الأعداد الآتية عددًا نسبيًا:

١ $3\frac{2}{5}$ ٢ $-0,17$ ٣ $0,006$ ٤ 27%

الحل

كل من الأعداد الأربعة السابقة عدد نسبي لأنه يمكن كتابة كل منها على صورة $\frac{a}{b}$ حيث a, b عدنان صحيحان، $b \neq 0$ كما يلي:

$$\begin{array}{l} \frac{17}{100} = -0,17 \quad \text{٢} \quad \left| \quad \frac{17}{5} = \frac{2 + (5 \times 3)}{5} = 3\frac{2}{5} \quad \text{١} \right. \\ \frac{27}{100} = 27\% \quad \text{٤} \quad \left| \quad \frac{6}{1000} = 0,006 \quad \text{٣} \right. \end{array}$$

ملاحظة !

إذا كان: $\frac{a}{b}$ عددًا نسبيًا فإن: $b \neq 0$ صفر

مثال ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ١ العدد $\frac{5}{3}$ \exists ن إذا كانت: $s \neq \dots$
- (أ) ٥ (ب) ٢ (ج) صفر (د) -٢
- ٢ إذا كان: $\frac{1-s}{3+s}$ عددًا نسبيًا فإن: $s \neq \dots$
- (أ) -٣ (ب) -١ (ج) ١ (د) ٣
- ٣ العدد $\frac{3-s}{4-s}$ لا يكون نسبيًا إذا كانت: $s = \dots$
- (أ) -٢ (ب) صفر (ج) ٢ (د) ٤

الحل

١ (ج) **تفسير الحل :** $\frac{0}{2-s} \exists$ ن إذا كانت : $2-s \neq 0$ أي أن : $s \neq 0$

٢ (أ) **تفسير الحل :** بما أن $\frac{1-s}{3+s}$ عدد نسبي إذن : $s+3 \neq 0$ أي أن : $s \neq -3$

٣ (ج) **تفسير الحل :** $\frac{3-s}{2-s} \nexists$ ن إذا كان : $2-s = 0$

أي أن : $2-s = 0$ ومنها $s = 2$

حاول بنفسك ١

أكمل الجدول التالي :

العدد	$\frac{5}{3-s}$	$\frac{3}{4-s}$	$\frac{7}{8-s}$	$\frac{6}{s}$
يعبر عن عدد نسبي إذا كانت $s \neq$

ملاحظة !

إذا كان العدد النسبي $\frac{4}{s}$ = صفر فإن : $4 = \text{صفر}$

مثال ٣

إذا كان العدد النسبي $\frac{3-s}{3+s} = \text{صفر}$ ، فأوجد قيمة s

الحل

بما أن : $\frac{3-s}{3+s} = \text{صفر}$ إذن $s-3 = \text{صفر}$ أي أن : $s = 3$

حاول بنفسك ٢

أكمل الجدول التالي :

العدد النسبي	$\frac{2-s}{1-s}$	$\frac{6-s}{4-s}$	$\frac{2}{5+s}$	$\frac{2-s}{3+s}$
يساوى صفر إذا كانت $s =$



العدد النسبي الموجب والعدد النسبي السالب

العدد النسبي $\frac{a}{b}$ يكون		
سالباً	يساوى الصفر	موجباً
إذا كان حاصل ضرب حديه عدداً سالِباً	إذا كان بسطه يساوى الصفر	إذا كان حاصل ضرب حديه عدداً موجباً
أى أن: $a \times b < 0$	أى أن: $a = 0$	أى أن: $a \times b > 0$
ويكون a ، b مختلفين فى الإشارة	ولاحظ أن: الصفر ليس موجباً وليس سالِباً	ويكون a ، b لهما نفس الإشارة
أمثلة	أمثلة	أمثلة
لأعداد نسبية سالِبة :	لأعداد نسبية تساوى الصفر :	لأعداد نسبية موجبة :
$-\frac{4}{5}$ ، $-\frac{2}{7}$ ، $-\frac{3}{4}$	$-\frac{0}{2}$ ، $-\frac{0}{4}$	$-\frac{2}{3}$ ، $-\frac{3}{5}$

أى أن :

مجموعة الأعداد النسبية $\mathbb{N} = \mathbb{N}_+ \cup \{صفر\} \cup \mathbb{N}_-$

حيث : \mathbb{N}_+ مجموعة الأعداد النسبية الموجبة ، \mathbb{N}_- مجموعة الأعداد النسبية السالبة

مع ملاحظة أن : $\mathbb{N}_+ \cap \mathbb{N}_- = \emptyset$

حاول بنفسك ٣

بيّن أى الأعداد التالية موجب وأيها سالب وأيها يساوى صفراً :

$$\frac{3}{4} , -\frac{2}{9} , \frac{صفر}{0} , -\frac{1}{6} , \frac{7}{11} , (-5)^2$$

صور مختلفة للعدد النسبي

يمكن كتابة العدد النسبي $\frac{9}{21}$ في صورة عدد نسبي آخر $\frac{3}{7}$ مساوٍ له وذلك تبعاً للخاصية الآتية :

خاصية

العدد النسبي $\frac{9}{21}$ لا تتغير قيمته إذا ضرب حده (في) أو قُسِمَا (على) عدد واحد لا يساوى الصفر.

$$\frac{9}{21} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{9}{21} = \frac{3 \times 3}{3 \times 7} = \frac{3}{7} \quad , \quad \frac{6}{14} = \frac{2 \times 3}{2 \times 7} = \frac{3}{7} \quad \bullet \text{ فمثلاً:}$$

أى أن: $\frac{3}{7}$ ، $\frac{6}{14}$ ، $\frac{9}{21}$ صور مختلفة لعدد نسبي واحد.

$$\frac{6}{9} = \frac{12}{18} = \frac{24}{36}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \div 24}{3 \div 36} = \frac{24}{36} \quad , \quad \frac{12}{18} = \frac{2 \div 24}{2 \div 36} = \frac{24}{36} \quad \bullet$$

أى أن: $\frac{24}{36}$ ، $\frac{12}{18}$ ، $\frac{6}{9}$ صور مختلفة لعدد نسبي واحد.

حاول بنفسك ٤

اكتب ثلاث صور مختلفة تعبر عن كل من العددين النسبيين الآتيين :

$$\frac{16}{64} \quad \boxed{2}$$

$$\frac{2}{3} \quad \boxed{1}$$

كتابة العدد النسبي $\frac{1}{2}$ فى أبسط صورة

يُقال لأى عدد نسبي على صورة $\frac{1}{2}$ إنه فى أبسط صورة إذا كان كل من حديه له أصغر قيمة ممكنة.

$$\frac{1}{2} = \frac{16}{32}$$

لذلك ، فهما يعبران عن نفس العدد النسبي

فمثلاً: • أبسط صورة للعدد النسبي $\frac{16}{32}$ هى $\frac{1}{2}$

ولأن: $\frac{16}{32}$ ، $\frac{1}{2}$ يعبران عن نفس العدد النسبي.

• العدد النسبي $\frac{3}{14}$ فى أبسط صورة ولا يمكن اختصاره لصورة أبسط من ذلك.



لوضع العدد النسبي $\frac{4}{9}$ في أبسط صورة ، نقسم كلا من حديه على العامل المشترك الأعلى (ع.م.أ) بينهما.

مثال ٤

ضع كلا من العددين الآتين في أبسط صورة :

$$\frac{8}{12} \quad 1 \quad \frac{12}{36} - 2$$

الحل

١ ع.م.أ للعددين ٨ ، ١٢ هو ٤ وبقسمة حدى العدد $\frac{8}{12}$ على ٤

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

٢ ع.م.أ للعددين ١٢ ، ٣٦ هو ١٢ وبقسمة حدى العدد $\frac{12}{36}$ على ١٢

$$\frac{1}{3} = \frac{12}{36}$$

حاول بنفسك ٥

أكمل الجدول التالي :

العدد	$\frac{5}{20}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{12}{30}$
أبسط صورة له

كتابة العدد النسبي في صورة نسبة مئوية

لكتابة العدد النسبي في صورة نسبة مئوية نعبر عنه في صورة $\frac{4}{100}$ والتي تعنى ٤٪

مثال ٥

اكتب كلا من الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية :

$$\frac{9}{20} \quad 1 \quad \frac{5}{16} \quad 2 \quad \frac{17}{100} \quad 3 \quad \frac{12}{120} \quad 4 \quad 3.2 \quad 5$$

الحل

$$1 \quad \%45 = \frac{45}{100} = \frac{5 \times 9}{5 \times 20} = \frac{9}{20}$$

$$\%45 = \frac{45}{100} = \frac{100 \times \frac{9}{20}}{100} = \frac{9}{20} \quad \text{حل آخر:}$$

$$2 \quad \%31,25 = \frac{31,25}{100} = \frac{100 \times \frac{5}{16}}{100} = \frac{5}{16}$$

$$3 \quad \%1,7 = \frac{1,7}{100} = \frac{100 \times \frac{17}{1000}}{100} = \frac{17}{1000}$$

$$4 \quad \%509,6 = \frac{509,6}{100} = \frac{100 \times \frac{637}{1250}}{100} = \frac{637}{1250} = 5 \frac{12}{1250}$$

$$5 \quad \%320 = \frac{320}{100} = \frac{10 \times 32}{10 \times 10} = \frac{32}{10} = 3,2$$

حاول بنفسك 6

اكتب كلاً من الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية :

$$2,5 \quad \boxed{3} \quad \frac{3}{1000} \quad \boxed{2} \quad \frac{4}{5} \quad \boxed{1}$$

تحويل العدد النسبي من صورة $\frac{p}{q}$ إلى صورة عدد عشري

يمكن تحويل بعض الأعداد النسبية من صورة $\frac{p}{q}$ إلى صورة عدد عشري منته.

فمثلاً :

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{2 \times 3}{2 \times 5}$$

$$1,0 = \frac{10}{10} = \frac{0 \times 3}{0 \times 2}$$

• العدد النسبي $\frac{3}{5}$ يمكن كتابته على الصورة $0,6$.

• العدد النسبي $\frac{3}{2}$ يمكن كتابته على الصورة $1,5$.



ولكتابة العدد النسبى $\frac{2}{5}$ فى صورة عدد عشرى منته
نجعل مقامه ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ ...

مثال ٦

اكتب كلاً من الأعداد الآتية على صورة عدد عشرى منته :

$$١ \quad \frac{2}{5} \quad ٢ \quad | \frac{3}{8} - | \quad ٣ \quad ٢ \frac{7}{50} -$$

الحل

$$١ \quad ٠,٤ = \frac{4}{10} = \frac{2 \times 2}{2 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$٢ \quad ٠,٣٧٥ = \frac{375}{1000} = \frac{125 \times 3}{125 \times 8} = \frac{3}{8} = | \frac{3}{8} - |$$

$$٣ \quad ٢,٢٨ - = ٢ \frac{28}{100} - = ٢ \frac{4 \times 7}{4 \times 25} - = ٢ \frac{7}{25} -$$



يمكنك التأكد
من حلك
باستخدام
الآلة الحاسبة

حاول بنفسك ٧

اكتب كلاً من العددين النسبيين الآتيين على صورة عدد عشرى منته :

$$١ \quad \frac{3}{4} \quad ٢ \quad \frac{11}{20}$$

ملاحظة !

بعض الأعداد النسبية لا يمكن كتابتها فى صورة عدد عشرى منته مثل :
العدد النسبى $\frac{1}{3}$ فباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : $\frac{1}{3} = ٠,٣٣٣٣٣٣ \dots$
وتكتب (٠,٣) وتقرأ (٠,٣ دائر) حيث النقطة فوق الرقم تعنى أن العدد دائر.

مثال ٧

باستخدام الآلة الحاسبة اكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية على صورة عدد عشرى دائرى :

$$١ \quad \frac{2}{3} \quad ٢ \quad \frac{2}{11} \quad ٣ \quad ٥ \frac{71}{333}$$

الحل

$$١ \quad \text{باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : } \frac{2}{3} = ٠,٦٦٦٦٦٦٦٦٦٧ \quad \text{أى أن : } \frac{2}{3} = ٠,٦$$

$$٢ \quad \text{باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن : } \frac{2}{11} = ٠,١٨١٨١٨١٨١٨ \quad \text{أى أن : } \frac{2}{11} = ٠,١٨$$

لاحظ أن

وضع نقطة فوق الرقم الأول والرقم الأخير
معناه أن الرقمين وما بينهما دائر.

$$0, \dot{2} \dot{1} \dot{3}$$

٣ باستخدام الآلة الحاسبة نجد أن :

$$0, \dot{2} \dot{1} \dot{3} \dot{2} \dot{1} \dot{3} \dot{2} \dot{1} \dot{3} \dot{2} = \frac{71}{333}$$

$$\text{أى أن : } 0, \dot{2} \dot{1} \dot{3} = 5 \frac{71}{333}$$

حاول بنفسك

اكتب على صورة عدد عشري دائرى كلاً مما يأتي :

$$\frac{41}{333} \quad (2)$$

$$\frac{3}{11} \quad (1)$$

ملاحظة !



يمكن كتابة العدد العشري الدائرى على صورة $\frac{p}{q}$ وذلك باستخدام آلة حاسبة علمية من النوع CASIO fx-95ES plus أو غيرها مع العلم أن بعض الآلات الحاسبة العلمية لا يمكنها إجراء مثل هذه العملية.

فمثلاً : • لكتابة العدد $0, \dot{2} \dot{1}$ على صورة $\frac{p}{q}$ ندخل الأعداد

التالية بالآلة الحاسبة حتى تمتلئ الشاشة :

$0, \dot{2} \dot{1} \dot{2} \dot{1} \dot{2} \dot{1} \dot{2} \dot{1} \dot{2} \dot{1} \dot{2} \dot{1}$ ثم نضغط $=$ فنحصل

على العدد النسبى $\frac{21}{99}$

• لكتابة العدد $0, \dot{1} \dot{3} \dot{6}$ على صورة $\frac{p}{q}$ ندخل الأعداد التالية بالآلة الحاسبة حتى تمتلئ

الشاشة : $0, \dot{1} \dot{3} \dot{6} \dot{3} \dot{6} \dot{3} \dot{6} \dot{3} \dot{6} \dot{3} \dot{6} \dot{3} \dot{6}$ ثم نضغط $=$ فنحصل على العدد النسبى $\frac{136}{99}$

حاول بنفسك

استخدم الآلة الحاسبة لكتابة كل مما يأتي على صورة $\frac{p}{q}$:

$$0, \dot{1} \dot{4} \dot{5} \quad (2)$$

$$0, \dot{1} \dot{5} \quad (1)$$



على مجموعة الأعداد النسبية



اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيق

فهم

تذكر

أكمل ما يأتي :

- ١ إذا كان : $\frac{5}{m}$ عدداً نسبياً فإن : $4 \neq \dots$
- ٢ الشرط اللازم ليكون $\frac{3}{2-s}$ عدداً نسبياً هو أن $s \neq \dots$
- ٣ العدد $\frac{2}{3-s} \exists n$ إذا كانت $s \neq \dots$
- ٤ العدد $\frac{3-s}{6+s}$ يكون نسبياً إذا كانت $s \neq \dots$
- ٥ العدد $\frac{6-4}{4-4}$ لا يكون نسبياً إذا كانت $4 = \dots$
- ٦ العدد النسبي $\frac{s-5}{s} =$ صفر إذا كانت $s = \dots$
- ٧ العدد النسبي $\frac{s-4}{3-s} =$ صفر إذا كانت $s = \dots$
- ٨ العدد النسبي $\frac{15+s}{5-s} =$ صفر إذا كانت $s = \dots$
- ٩ إذا كان : $\frac{4+s}{3-s}$ ليس عدداً نسبياً فإن : $s - 2 = \dots$
- ١٠ $\frac{9}{\dots} = \frac{3}{4}$
- ١١ $\frac{\dots}{10} = \frac{16}{20} - \dots$
- ١٢ $\% \dots = \frac{7}{2}$
- ١٣ $\% \dots = \frac{21}{1000}$
- ١٤ $\% \dots = | \dots, 4 - |$

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ جميع الأعداد الآتية نسبية ما عدا

(د) $\frac{4}{5-5}$

(ج) $\frac{3-3}{7}$

(ب) $\frac{2}{5}$

(أ) صفر

٢ أى من الأعداد الآتية يعبر عن عدد صحيح ؟

(أ) $2\frac{4}{5}$ (ب) $\frac{6}{8}$ (ج) $\frac{15}{5}$ (د) $3\frac{1}{4}$

٣ أى من الأعداد النسبية الآتية عدد سالب ؟

(أ) $\frac{\text{صفر}}{3-}$ (ب) $|-1-\frac{1}{2}|$ (ج) $\frac{3-}{4-}$ (د) $2(7-)$

٤ أى من الأعداد النسبية الآتية عدد موجب ؟

(أ) $2-\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{\text{صفر}}{5}$ (ج) $3(5-)$ (د) $\frac{2-}{9-}$

٥ أى مما يلى يساوى $\frac{4}{5}$ ؟

(أ) $0,4$ (ب) $0,54$ (ج) 120% (د) 80%

٦ إذا كان $-\frac{4}{5} = \frac{20}{س}$ فإن : س =

(أ) ٢٥ (ب) ٢٥- (ج) ٥ (د) ١٠٠

٧ العدد النسبى $\frac{4}{س}$ يكون موجباً إذا كان :

(أ) $٠ < س$ (ب) $٠ > س$ (ج) $٠ = س + ٤$ (د) $٠ < س$

٨ العدد النسبى $\frac{7-}{م}$ يكون موجباً إذا كان : ٤ صفر

(أ) $<$ (ب) \leq (ج) $>$ (د) $=$

٩ العدد النسبى $\frac{س}{٥-}$ يكون سالباً إذا كان : س صفر

(أ) $<$ (ب) $>$ (ج) \geq (د) $=$

١٠ إذا كان : $٢ = س$ ، $٦ = س$ فأى من الأعداد الآتية ليس نسبياً ؟

(أ) $\frac{س}{٢}$ (ب) $٢ - \frac{س}{٢}$ (ج) $\frac{\text{صفر}}{٢ + س}$ (د) $\frac{س - ٢}{٢ - ٢}$

١١ $٠,٥٧ = \dots\dots\dots$

(أ) $\frac{٥٧}{١٠٠}$ (ب) $\frac{٧٥}{٩٩}$ (ج) $\frac{٥٧٥}{١٠٠٠}$ (د) $\frac{١٩}{٣٣}$



$$\dots\dots\dots = \left| \frac{\Delta}{\frac{1}{20}} - \right| \boxed{12}$$

$$\frac{\Delta}{\frac{1}{20}} - (أ) \quad ٠,٣٢ - (ب) \quad ٠,٣٢ (ج) \quad ٣٢\% (د)$$

$$\dots\dots\dots = ١٢\% \boxed{13}$$

$$٠,٣ (أ) \quad ١,٢ (ب) \quad \frac{٣}{٢٥} (ج) \quad ٠,٠١٢ (د)$$

٣ ضع كلاً من الأعداد الآتية في أبسط صورة :

$$\frac{١٣٢}{٨٨} - \boxed{٤} \quad \frac{٤٥}{٢٠} \boxed{٣} \quad \frac{٢٤}{٥٦} - \boxed{٢} \quad \frac{١٥}{٢٥} \boxed{١}$$

٤ أی الأعداد النسبية الآتية يُكتب على صورة عدد عشري منته ؟

$$\frac{٥}{١١} \boxed{٥} \quad \frac{\Delta}{٩} - \boxed{٤} \quad \frac{٥}{٨} \boxed{٣} \quad \frac{٧}{٢٠} \boxed{٢} \quad \frac{٧}{١٥} \boxed{١}$$

$$\left| ١\frac{٢}{٩} - \right| \boxed{١٠} \quad ١\frac{٢}{٣} - \boxed{٩} \quad ٢\frac{٢}{٥} \boxed{٨} \quad \frac{١٧}{٦} \boxed{٧} \quad \frac{١٣}{٢٢} - \boxed{٦}$$

٥ اكتب كلاً من العددين الآتيين على صورة عدد عشري دائري :

$$٣\frac{١}{١٥} - \boxed{٢} \quad \frac{٦}{١١} \boxed{١}$$

٦ اكتب كلاً من الأعداد الآتية على الصورة $\frac{٩}{\dots}$:

$$٠,٠١ - \boxed{٤} \quad ٠,٧٥ \boxed{٣} \quad \text{صفر} \boxed{٢} \quad ٥ - \boxed{١}$$

$$٨\frac{٢}{٣} \boxed{٨} \quad ٤,٥\% \boxed{٧} \quad ٣٠\% \boxed{٦} \quad ٥,٤ \boxed{٥}$$

٧ اكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية على صورة عدد عشري ، ونسبة مئوية :

$$\frac{١}{٦} \boxed{٤} \quad ٧\frac{٣}{١٦} \boxed{٣} \quad \frac{٣}{٢٠} - \boxed{٢} \quad ٢\frac{١}{٢} \boxed{١}$$

٨ لماذا يكتب في تعريف العدد النسبي $\frac{٩}{\dots}$ أن $b \neq \text{صفر}$ ؟